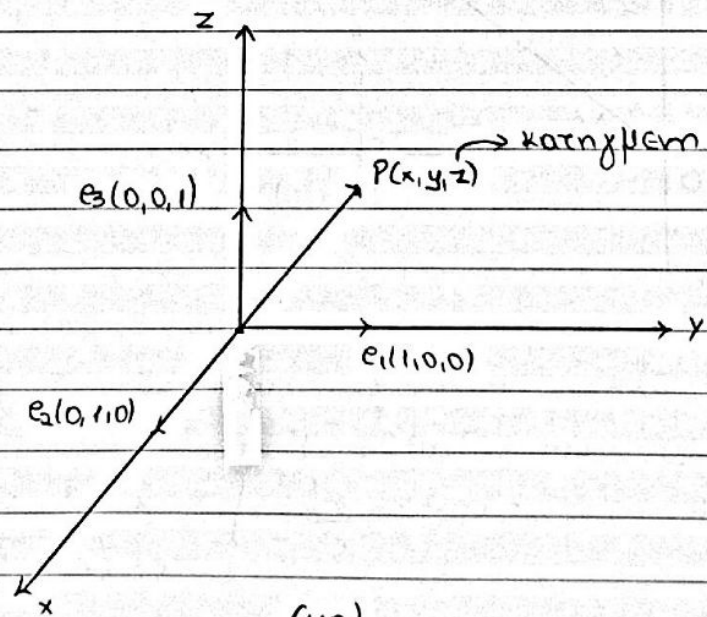
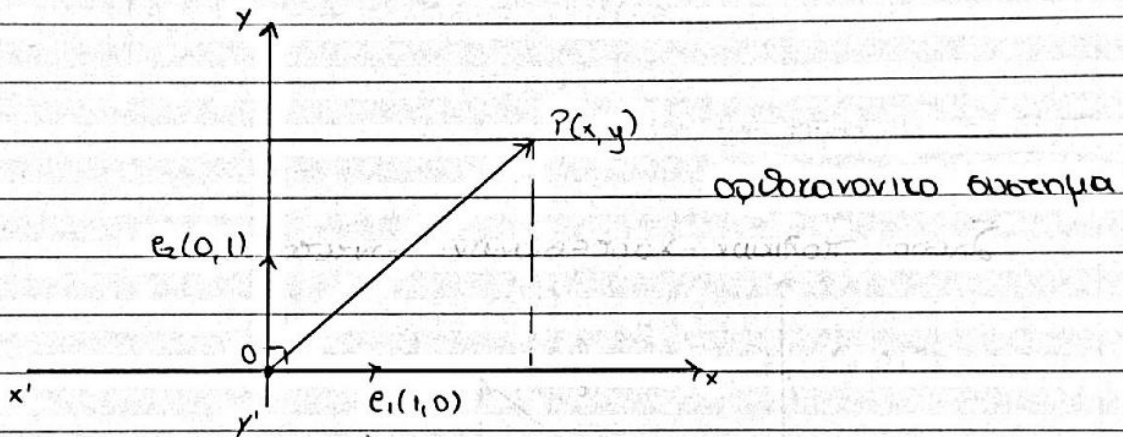
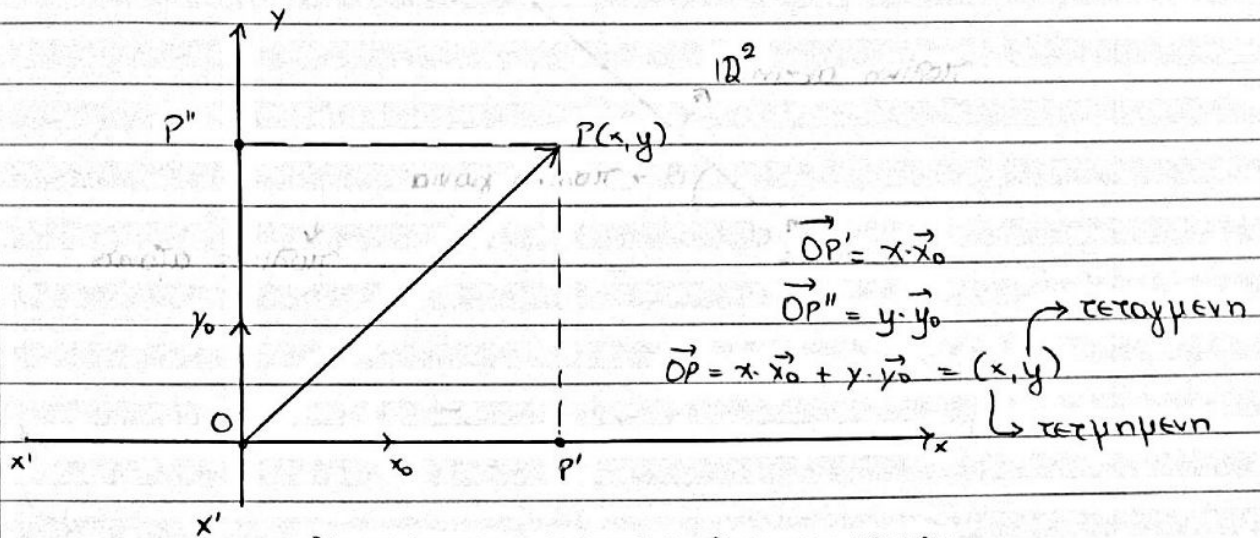
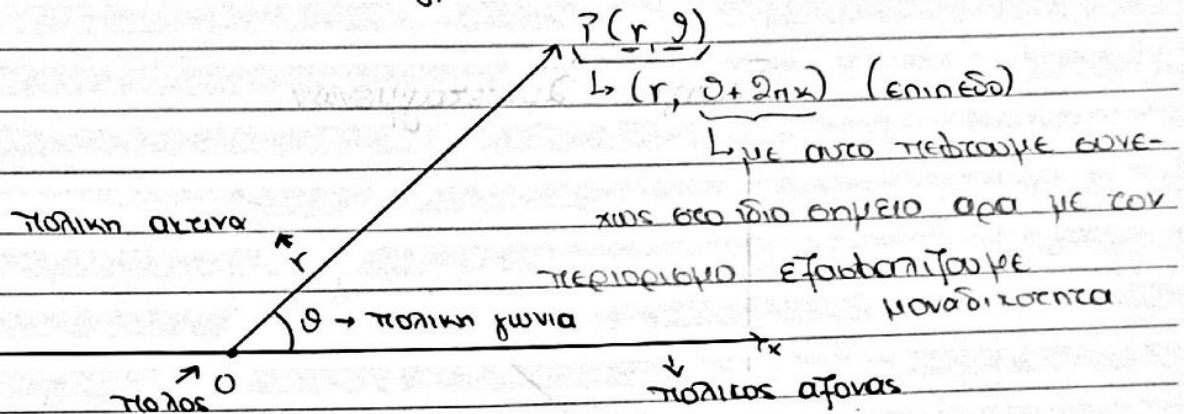


Αναλυτική Γεωμετρία

Σύστημα Συντεταγμένων



Πολικές Συντεταγμένες



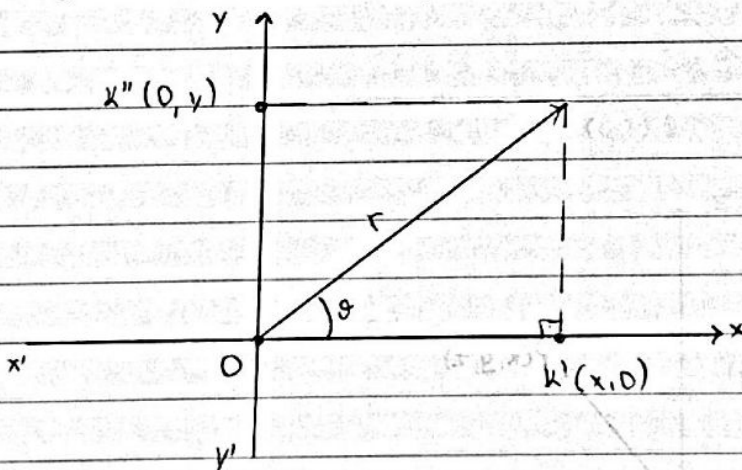
$r = |\vec{OP}|$

θ γωνία που σχηματίζει το \vec{OP} με τον Ox $0 \leq \theta < 2\pi$

Έχουμε μια αμφιμονοσήμαντη αντιστοίχια:
 σημείων επιπέδων $\longleftrightarrow (r, \theta)$

Πολικό σύστημα συντεταγμένων

Σχέση πολικών - καρτεσιανών συντεταγμένων



Στο ορθόγωνιο $O\hat{x}k'$: $\sin\theta = \frac{y}{r}$ και $\cos\theta = \frac{x}{r}$

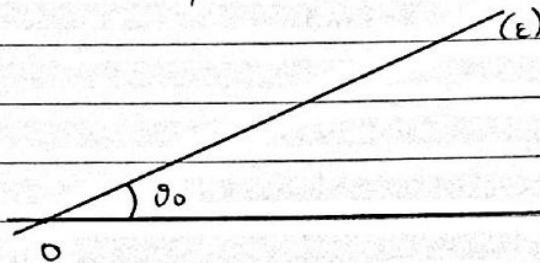
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = r \cdot \cos\theta \quad \text{②} \\ y = r \cdot \sin\theta \quad \text{①} \end{array} \right. \text{ και } \left\{ \begin{array}{l} \sin^2\theta = \frac{y^2}{r^2} \\ \cos^2\theta = \frac{x^2}{r^2} \end{array} \right. \Rightarrow x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

$$\text{ορα} \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \end{cases}$$

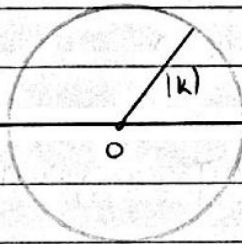
π.χ

① Έστω η εξίσωση $\theta = \theta_0$ σε πολικές (θ₀ είναι σταθερό)
 περιγράφει ευθεία (ε) που διέρχεται από τον πόλο και
 σχηματίζει γωνία θ₀ με πολικό άξονα



② Έστω η εξίσωση $r = |k|$ (κ σταθερά)

Περιγράφει κύκλο με κέντρο τον πόλο και ακτίνα ίση με $|k|$



Τι περιγράφει η $r = |k|$ σε καρτεσιανές $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\sqrt{x^2 + y^2} = |k| \Rightarrow x^2 + y^2 = k^2$ (κύκλος με κέντρο (0,0) και
 ακτίνα κ)

③ Αντιμετάθεση

Αν $x^2 + y^2 = a^2$ στις πολικές (κύκλος)

$$\begin{aligned} &\Downarrow \text{ΠΟΛΙΚΕΣ} \begin{cases} x = r \cdot \cos \theta \\ y = r \cdot \sin \theta \end{cases} \end{aligned}$$

$$r^2 \cdot \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta = a^2 \Rightarrow r^2 = a^2 \Rightarrow r = |a|$$

{ κύκλος με κέντρο τον πόλο και ακτίνα $|a|$ }

④ Έστω η $r = \frac{4}{2 - \sin \theta} \Rightarrow$ σε πολικές

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1)$$

$$\theta = \arctg \frac{y}{x} \quad (2)$$

$$r = \frac{4}{2 - \sin \theta} \Rightarrow 2r - r \cdot \sin \theta = 4 \xrightarrow{(1),(2)} 2\sqrt{x^2 + y^2} = 4 + y \Rightarrow$$

$$4x^2 + 4y^2 - (16 + 8y + y^2) = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3y^2 - 8y - 16 = 0$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \arctg \frac{y}{x}$$

(x, y)

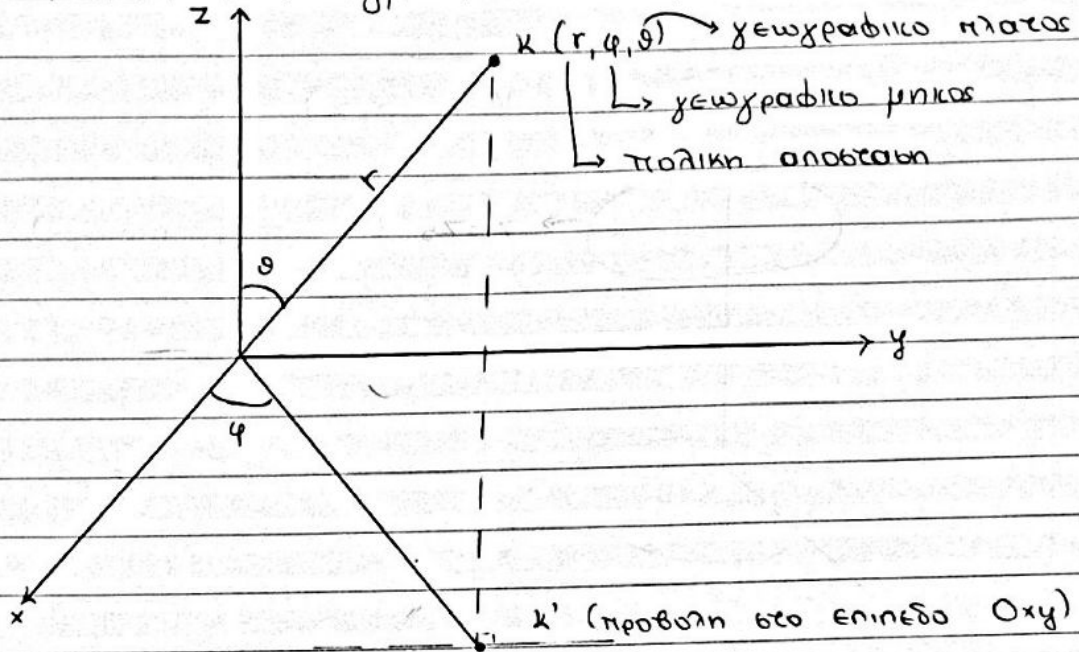
$(-x, -y)$

αλλάζει η γωνία

$\oplus (x, y)$

$\oplus (-x, -y)$

Πολικές συντεταγμένες στο χώρο (σφαιρικές)



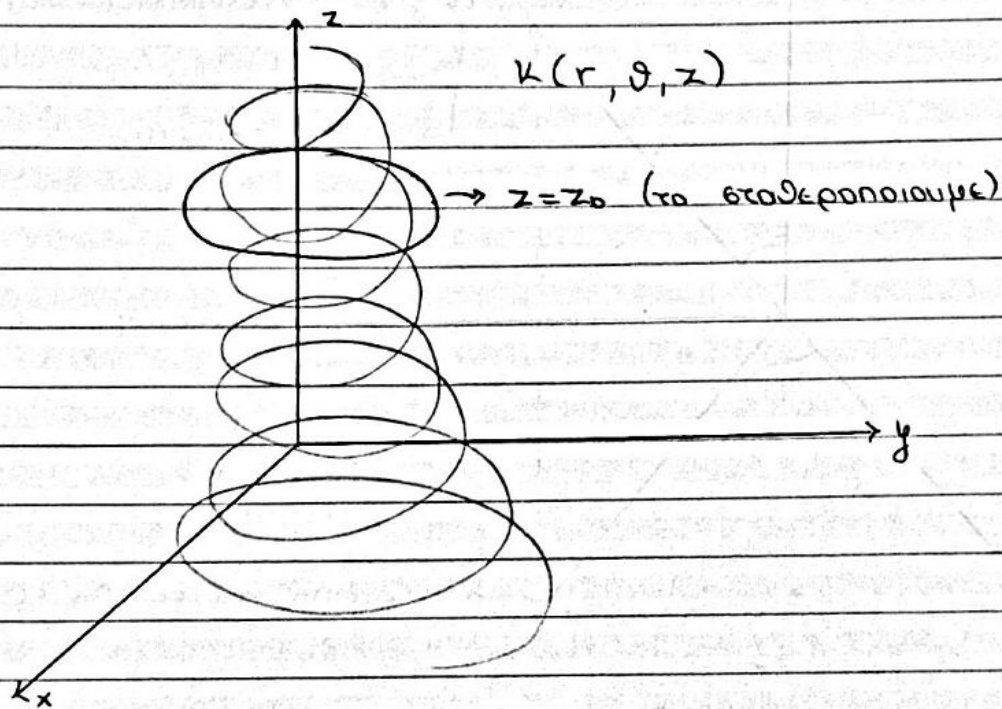
$$0 < r < \infty \quad (\delta\eta\delta \text{ πραγματικός αριθμός})$$

$$0 \leq \varphi < 2\pi$$

$$0 \leq \theta < \pi$$

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\phi \cdot \sin\theta \\ y = r \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta \\ z = r \cdot \cos\theta \end{cases}, \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \varphi = \arctg \frac{y}{x} \\ \theta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{cases}$$

Κυλινδρικές



ΟΠΩΣ ΠΟΛΙΚΕΣ

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \theta \\ y = r \cdot \sin \theta \\ z = z_0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan \frac{y}{x} \\ z = z_0 \end{cases}$$